

Распределение Больцмана

- Система
- Ансамбль систем с обменом энергии между собой,
- Вес распределения систем в каноническом ансамбле, $W_i = L!/(n_1!n_2!n_3!...)$
- Наиболее вероятное распределение, $n_i/L = g_i \exp(-E_i/kT)/Z$
- Сумма по состояниям, $Z = \sum_i g_i \exp(-E_i/kT)$
- Идеальный газ - ансамбль индивидуальных молекул
- Флуктуация
- Связь суммы по состояниям с термодинамическими функциями

$$\Rightarrow U - U_0 = kT^2(\partial \ln Z / \partial T)_V$$

$$\Rightarrow S = k \ln Z + kT(\partial \ln Z / \partial T)_V$$

$$\Rightarrow F - U_0 = -kT \ln Z$$

$$\Rightarrow H - H_0 = kT^2(\partial \ln Z / \partial T)_V + kTV(\partial \ln Z / \partial V)_T$$

$$\Rightarrow G - H_0 = -kT \ln Z + kTV(\partial \ln Z / \partial V)_T$$

1. Канонический ансамбль состоит из семи членов, имеющих среднюю энергию E . Найдите наиболее вероятное распределение членов ансамбля по энергиям. Считать, что каждый член ансамбля может обладать энергией jE , где j - целое число. Какое распределение будет, если средняя энергия $2E$? Рассчитайте вероятности для нахождения системы в состоянии с данной энергией и сравните их с результатами расчета по формуле Больцмана.

2. Пусть система может принимать только дискретные уровни энергии jE (j - целое число). Рассчитайте вероятность обладания системой энергии jE ($j = 0-5$) при низких температурах $kT = 0.1 E$, при средних температурах $kT = E$, при высоких температурах $kT = 10 E$. Чему будет равняться статистическая сумма Z при стремлении температуры к нулю и к бесконечности?

3. Пусть система состоит из трех одинаковых гармонических осцилляторов (энергия колебательного кванта E). Рассчитайте: 1) Числа состояний, соответствующие уровням энергии системы jE ($j = 0-5$); 2) вероятность нахождения системы в состоянии с энергией jE ($j = 0-5$) при низких ($kT = 0.1 E$), средних ($kT = E$) и высоких ($kT = 10 E$) температурах.

4. Вывести связь между внутренней энергией системы и статистической суммой.

5. Вывести связь между статистической суммой для системы из N молекул идеального газа Z и молекулярной статистической суммой Q , $Z = Q^N/N! = (Qe/N)^N$

6. Сравните флуктуацию энергии одной молекулы с флуктуацией энергии системы из N частиц.