

## Распределение Больцмана

- Система
- Ансамбль систем с обменом энергии между собой,
- Вес распределения систем в каноническом ансамбле,  $W_i = L!/(n_1!n_2!n_3!...)$
- Наиболее вероятное распределение,  $n_i/L = g_i \exp(-E_i/kT)/Z$
- Сумма по состояниям,  $Z = \sum_i g_i \exp(-E_i/kT)$
- Идеальный газ - ансамбль индивидуальных молекул
- Флуктуация
- Связь суммы по состояниям с термодинамическими функциями

$$\Rightarrow U - U_0 = kT^2(\partial \ln Z / \partial T)_V$$

$$\Rightarrow S = k \ln Z + kT(\partial \ln Z / \partial T)_V$$

$$\Rightarrow F - U_0 = -kT \ln Z$$

$$\Rightarrow H - H_0 = kT^2(\partial \ln Z / \partial T)_V + kTV(\partial \ln Z / \partial V)_T$$

$$\Rightarrow G - H_0 = -kT \ln Z + kTV(\partial \ln Z / \partial V)_T$$

1. Канонический ансамбль состоит из семи членов, имеющих среднюю энергию  $E$ . Найдите наиболее вероятное распределение членов ансамбля по энергиям. Считать, что каждый член ансамбля может обладать энергией  $jE$ , где  $j$  - целое число. Какое распределение будет, если средняя энергия  $2E$ ? Рассчитайте вероятности для нахождения системы в состоянии с данной энергией и сравните их с результатами расчета по формуле Больцмана.

2. Пусть система может принимать только дискретные уровни энергии  $jE$  ( $j$  - целое число). Рассчитайте вероятность обладания системой энергии  $jE$  ( $j = 0-5$ ) при низких температурах  $kT = 0.1 E$ , при средних температурах  $kT = E$ , при высоких температурах  $kT = 10 E$ . Чему будет равняться статистическая сумма  $Z$  при стремлении температуры к нулю и к бесконечности?

3. Пусть система состоит из трех одинаковых гармонических осцилляторов (энергия колебательного кванта  $E$ ). Рассчитайте: 1) Числа состояний, соответствующие уровням энергии системы  $jE$  ( $j = 0-5$ ); 2) вероятность нахождения системы в состоянии с энергией  $jE$  ( $j = 0-5$ ) при низких ( $kT = 0.1 E$ ), средних ( $kT = E$ ) и высоких ( $kT = 10 E$ ) температурах.

4. Вывести связь между внутренней энергией системы и статистической суммой.

5. Вывести связь между статистической суммой для системы из  $N$  молекул идеального газа  $Z$  и молекулярной статистической суммой  $Q$ ,  $Z = Q^N/N! = (Qe/N)^N$

6. Сравните флуктуацию энергии одной молекулы с флуктуацией энергии системы из  $N$  частиц.